

MODELO POLINOMIAL PARA CRECIMIENTO INDIVIDUAL DE LARVAS DE LA ANCHOVETA NORTEÑA, *ENGRAULIS MORDAX*

CASIMIRO QUIÑONEZ-VELAZQUEZ Y VICTOR MANUEL GOMEZ-MUÑOZ
 Centro Interdisciplinario de Ciencias Marinas
 Playa El Conchalito S/N
 Apartado Postal 592
 La Paz, B.C.S., México

RESUMEN

En base a la tendencia observada en el crecimiento individual de *Engraulis mordax* durante los primeros estadios de su desarrollo bajo diferentes fuentes de alimentación, se propone un modelo polinomial de tercer grado para describirlo. Este modelo permite detectar el agotamiento del saco vitelino, el "período crítico" y su duración (cuando se presenta) y el inicio del crecimiento acelerado.

ABSTRACT

Based on individual growth patterns of *Engraulis mordax* during early life stages under different food sources, a third-degree polynomial model of this growth is proposed. It describes when the yolk sac is consumed, the critical period (its timing and length), and the onset of accelerated growth.

INTRODUCCION

El crecimiento durante los primeros estadios de desarrollo de larvas de peces marinos es influenciado por la disponibilidad de alimento adecuado posterior al agotamiento del vitelo (Lasker 1965).

La secuencia de los incrementos en crecimiento durante las etapas más tempranas del desarrollo de peces marinos se ha representado utilizando normalmente el modelo de Gompertz (Kramer y Zweifel 1970; Stevens y Moser 1982), o el de tipo exponencial (Bolz y Lough 1983). Dichos modelos obscurecen eventos biológicos importantes durante el lapso de prolarva y postlarva. Estos eventos pueden manifestar deficiencias en alimentación provocando la presencia de un período crítico (Marr 1956).

El objetivo del presente trabajo es presentar un modelo polinomial de tercer grado para describir el crecimiento individual durante los primeros estadios de desarrollo de larvas de *Engraulis mordax* bajo diferentes regímenes de alimentación.

PRESENTACION Y USO DEL MODELO

Se describe la longitud Lt a la edad t durante los primeros estadios de vida de la anchoveta norteña *E. mordax* mediante un modelo polinomial de tercer grado, cuya expresión general es la siguiente:

$$Lt = a + bt + ct^2 + dt^3 \quad (1)$$

Para este tipo de aplicación, el modelo puede representar el crecimiento de larvas como el que se muestra en la Figura 1, en donde se aprecia que la curva alcanza un máximo local a la edad E_1 y un mínimo local a la edad E_2 quedando definidos tres períodos en los que ocurren los siguientes eventos biológicos:

- $0 \leq t \leq E_1$: Consumo del saco vitelino que permite el crecimiento de la larva desde la eclosión hasta que alcanza la edad E_1 .
- $E_1 \leq t \leq E_2$: Período crítico (Marr 1956) durante el cual la larva, al no alimentarse y no disponer de vitelo, queda en condiciones de inanición (Lasker 1965).
- $t \geq E_2$: Inicio del crecimiento acelerado de la larva en base al suministro adecuado de alimento (Kramer y Zweifel 1970).

Es posible que no exista período crítico, en cuyo caso el modelo (1) no tiene ni máximo ni mínimo

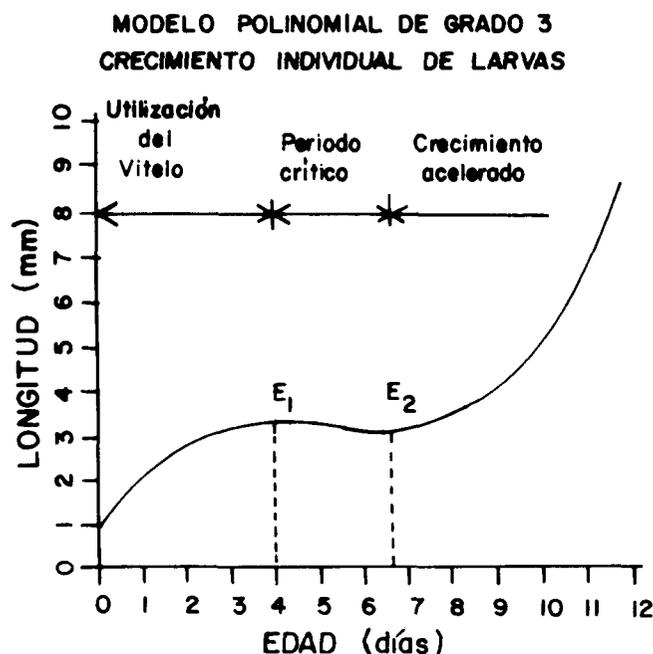


Figura 1. Curva teórica de crecimiento individual durante los primeros estadios de desarrollo para *Engraulis mordax*.

locales, sino solamente un punto de inflexión que representa simultáneamente el agotamiento del vitelo y el inicio del crecimiento acelerado los cuales, en tal caso, quedan perfectamente sincronizados.

La identificación de los eventos mencionados se formaliza en base al cálculo diferencial como sigue. Si el modelo (1) presenta máximo y mínimo locales se debe tener que en tales puntos la derivada se anula, es decir:

$$L't = b + 2ct + 3dt^2 = 0$$

Para que esta ecuación de segundo grado tenga soluciones reales es necesario que el discriminante sea no-negativo, esto es:

$$c^2 - 3bd \geq 0$$

En tales casos las edades en que se alcanza un máximo y un mínimo en crecimiento estarán dadas por:

$$E_1 = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 3bd}}{3d}$$

$$E_2 = \frac{-c + \sqrt{c^2 - 3bd}}{3d}$$

Si se tiene:

$$c^2 - 3bd < 0 \text{ y } d \neq 0$$

la curva tiene un punto de inflexión a la edad:

$$E = -\frac{c}{3d}$$

en el cual la derivada se anula.

APLICACION DEL MODELO

El modelo (1) se ajusta a datos de crecimiento diario de larvas de la anchoveta *E. mordax* mantenidas en diferentes combinaciones de alimentación en condiciones controladas de laboratorio.

Como fuente de alimento se utilizaron espuma orgánica (MOP), el nanoflagelado *Tetraselmis* sp, y microzooplancton. Las concentraciones diarias de cada elemento alimenticio fueron 150 ml de MOP, 50,000 cels./ml de *Tetraselmis* sp, y 2 orgs./ml de microzooplancton.

A diario y hasta el final del experimento se extrajeron al azar tres larvas vivas de cada tratamiento y su réplica para determinar el crecimiento. Todos los tratamientos fueron concluidos al duodécimo día

TABLA 1
Parámetros del Modelo Polinomial y Duración del Experimento

Condiciones de alimentación	Parámetros				Duración (días) ^a
	a	b	c	d	
MOP-microzooplancton	2.12	0.86	-0.13	0.007	12
MOP- <i>Tetraselmis</i> sp	1.86	1.26	-0.26	0.017	10
<i>Tetraselmis</i> sp- microzooplancton	1.98	1.04	-0.16	0.009	12
Inanición	0.84	1.88	-0.39	0.025	8

^aDías después de la eclosión

después de la eclosión de las larvas, con excepción de aquellos concluidos antes debido a la mortalidad total de los organismos. Al final de cada tratamiento los recipientes se vaciaron, se contaron y midieron todas las larvas sobrevivientes cuando éstas eran menos que diez; en caso contrario se midieron sólo diez del total de sobrevivientes.

La Tabla 1 presenta los parámetros del modelo (1) para cada tratamiento así como su duración que varió desde ocho días para condiciones de inanición a doce días en los tratamientos con microzooplancton.

Los valores del punto de inflexión se muestran en la Tabla 2 (para el caso en que no se presentan máximo ni mínimo de crecimiento) y las edades E_1 y E_2 a las que ocurren el máximo y mínimo local de crecimiento. El período crítico no apareció en ninguno de los dos tratamientos que incluyen microzooplancton (Figura 2a y 2c). El período crítico duró 2.27 días en el tratamiento MOP-*Tetraselmis* sp (Figura 2b) y 2.81 días en condiciones de inanición (Figura 2d); este último tratamiento se inició ligeramente antes que el anterior.

Se concluye que cuando se presenta un período crítico, éste se inicia alrededor del cuarto día y termina durante el sexto día, posterior a la eclosión para iniciar el crecimiento acelerado. En forma similar, en los casos en que no se observa evidencia de período crítico, es a partir del sexto día en que la larva está en condiciones de aprovechar el alimento disponible e iniciar el crecimiento vigoroso.

TABLA 2
Edades del Punto de Inflexión (PI), Máximo Local (E_1), y Mínimo Local (E_2) en el Crecimiento de Larvas de *Engraulis mordax*

Condiciones de alimentación	PI	E_1	E_2
	(días)		
MOP-microzooplancton	6.19		
MOP- <i>Tetraselmis</i> sp		3.96	6.23
<i>Tetraselmis</i> sp-microzooplancton	5.92		
Inanición		3.79	6.6

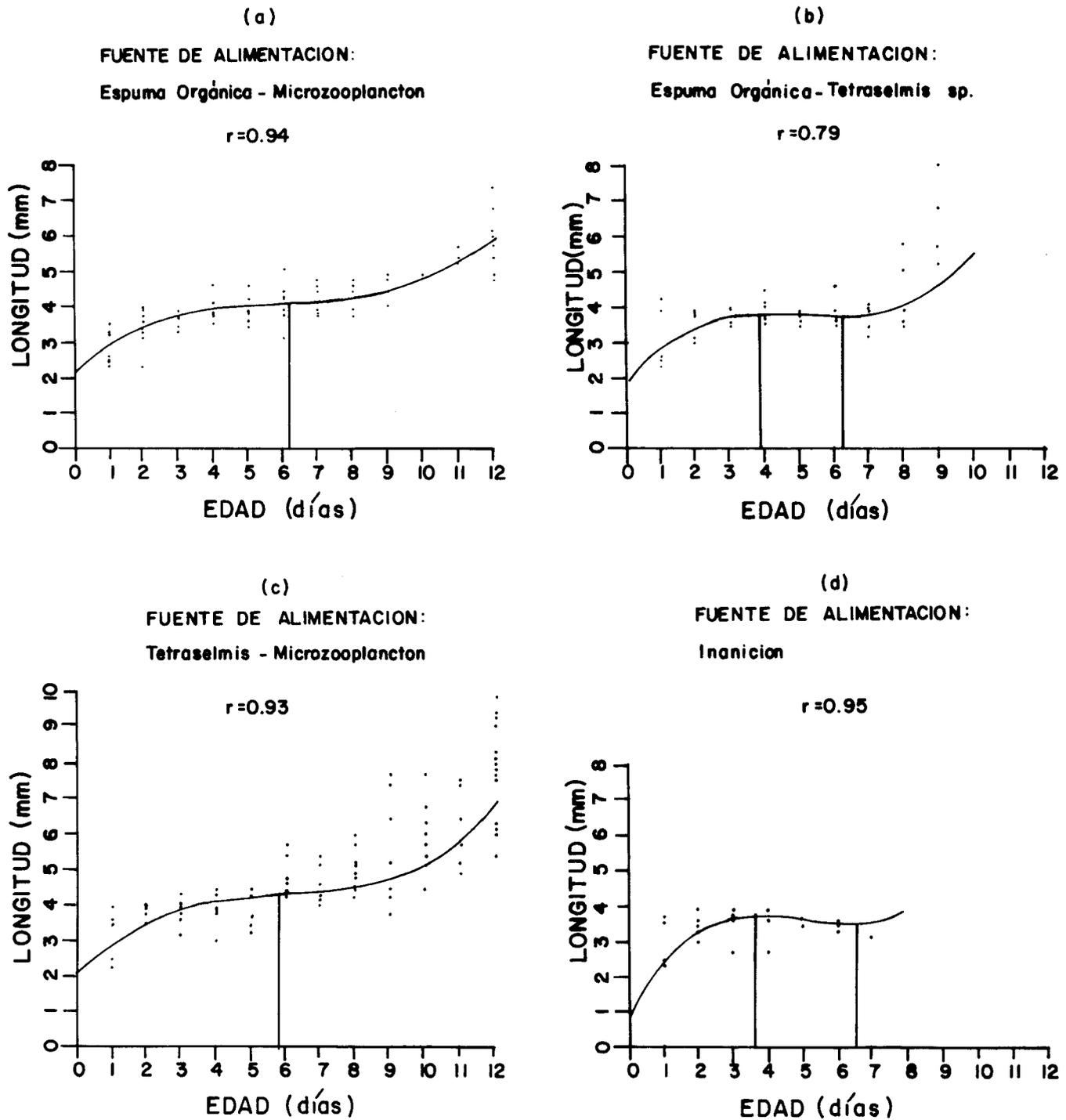


Figura 2. Gráfica del modelo y diagrama de dispersión del crecimiento individual de larvas de *Engraulis mordax*, bajo diferentes condiciones de alimentación.

LITERATURA CITADA

Bolz, G., y R.G. Lough. 1983. Growth of larval Atlantic cod, *Gadus morhua*, and haddock *Melanogrammus aeglefinus*, on Georges Bank, spring 1981. Fish. Bull. 81(4):827-836.
 Kramer, D., y J.R. Zweifel. 1970. Growth of anchovy larvae (*Engraulis mordax* Girard) in the laboratory as influenced by temperature. Calif. Coop. Oceanic Fish. Invest. Rep. 14:84-87.
 Lasker, R. 1965. The physiology of Pacific sardine embryos and larvae. Calif. Coop. Oceanic Fish. Invest. Rep. 10:96-101.

Marr, J.C. 1956. The critical period in the early life history of marine fishes. J. Cons. Int. Explor. Mer 21:160-170.
 Stevens, E.G., y G. Moser. 1982. Observations on the early life history of the mussel blenny, *Hypsoblennius jenkinsi*, and the bay blenny, *Hypsoblennius gentilis*, from specimens reared in the laboratory. Calif. Coop. Oceanic Fish. Invest. Rep. 23:269-275.